市算数研究会　６学年部会　６月提案
さわの里小学校６年「分数のわり算を考えよう」

提案者　佐藤　香寿江（さわの里小）

単元の主張	本単元で働かせる見方・考え方は「数の意味と表現、計算について成り立つ性質に着目し、計算の仕方を多面的に捉え考えること」とされている。よって単元全体が数の意味や表現に着目する必要性が出てくる文脈になっていなければならない。そのために、分数のかけ算の単元から立式の根拠や計算の仕方を思考する場面において、積極的に数直線で場面を表す活動を取り入れ、分数を小数や整数と関連付けて見る力を高めながら、本単元とのつながりを深めていく。また、多面的に捉えて考えるために、単元全体を通して既習の『数の見方』や『計算のきまり』を想起し「数の表し方は一つだけかな」という問いをもたせながら説明する力を育てる。

１．単元で育成する資質・能力

① 生きて働く「知識・技能」

（ア）　乗数や除数が整数や分数である場合も含めて、分数の乗法及び除法の意味について理解すること。

（イ）　分数の乗法及び除法の計算ができること。

（ウ）　分数の乗法及び除法についても、整数の場合と同じ関係や法則が成り立つこと。

整数・小数・分数の順に乗法・除法の意味が拡張されてきた。小数の乗法及び除法の計算の考え方を基にして、除数が分数の乗法及び除法の意味について理解できるようにする。乗法の意味については、基準とする大きさとそれに対する割合から、その割合に当たる大きさを求める計算と考えられるようにする。除法の意味については乗法の逆と捉えられるようにする。
また、分数についても整数や小数と同じように交換法則、結合法則、分配法則が成り立つことを理解できるようにする。整数や小数で成り立っていた乗法や除法の性質が分数においても適用できることを理解した上で、分数の乗法及び除法の計算ができるようになることが大切である。

②未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」

（ア）数の意味と表現、計算について成り立つ性質に着目し、計算の仕方を多面的に捉え考えることができること。

この単元は小学校においての学ぶ数についての四則計算のまとめである。本単元で育成された資質・能力は、中学数学において数の拡張をしたときの計算の考察などに生かされることを念頭に置き、指導する。分数の乗法及び除法を多面的に捉え、計算の仕方について児童が工夫して考え出すために、着目すべきことが大きく二つある。一つ目が分数の意味や表現への着目、二つ目が乗法及び除法に関して成り立つ性質への着目である。一つ目の分数の意味や表現に着目するということは被除数と除数の関係を分数と見たり、またはその逆に見たりすることである。この見方を分数の乗法からしていくことで、分数の除法での計算の仕方の工夫につながっていく。二つ目の計算に関して成り立つ性質に着目するということは乗法及び除法に関して成り立つ性質、交換法則、結合法則などの四則に関して成り立つ性質に着目するということである。これらに着目し、既習の性質を多く活用し、分数の乗法及び除法を多面的に捉えていくことで、数学的な見方・考え方を伸ばしていくことができる。

③学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」

数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度、数学の良さに気付き学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

児童は簡単な分数については第２学年から学習している。分数の意味を実感し、日常生活に生かそうとすることをねらいとしてきた。第３学年では２年生での素地をもとに、観点の置き方によって様々な捉え方をし、分数の意味や表し方について理解を図ってきた。単位分数のいくつ分という見方や整数の除法の結果が分数で表せるという見方も第３学年である。そして、第４学年で分数の意味や表し方について更に理解を深め、単位分数に着目した計算の仕方なども考えてきた。その積み上げが第５学年で分数の意味や表現に着目した計算の仕方などの考察に生かされてきた。このような学習の系統性を児童自身が振り返りながら、本単元では既習の性質や四則が使えないかということに着目することで数が拡張されても性質が成り立ったり、発展的な場面でも整数や小数の場合と同じ考え方でできたりすることを粘り強く思考していく態度を伸ばしてく。

２．単元デザイン

①	②	③（本時）	④	⑤⑥	⑦⑧⑨
除法の意味の確認 ◎整数÷分数の場面を思考することを通して分数で割る意味を捉える。	**分数÷単位分数の意味と計算のしかた** ◎分数÷単位分数の意味を捉える。	**分数÷分数の計算のしかた** ◎分数の意味や表現、除法の性質などに着目し、計算の仕方を考える。	**計算のしかたのまとめと工夫** ◎分数÷分数の計算のしかたを乗法の形にまとめ、工夫した計算のしかたを考える。	**３口の分数・整数、小数、分数の混じった乗除計算** ◎一度に計算する良さに着目しながら計算の仕方を考える。	**分数の倍とかけ算・わり算** ◎整数や小数の場合をもとに解決の仕方を考え、説明することができる。
・場面の数値を数直線上に置き換え、式の意味を思考する。 ・整数や小数の場合をもとにして、分数の除法を捉える。	・場面の数値を数直線上に表し、１あたりと単位分数あたりの関係性を捉え、立式の根拠を考え、計算のしかたを確認する。	・場面を数直線上に表し、除数の分数に着目し、分数を単位分数や整数にする計算の仕方について話し合う。	・除数の逆数をかけている意味について前時をもとに話し合う。計算の途中で約分する事の良さについて話し合う。	・乗法の形に置き換えること、整数、小数、分数が混じった乗除計算は、分数の乗法で表すことの良さに気付くようにする。	・数直線の場面を表す活動を通して、場面を把握する。 ・基準量、比較量、倍が分数でも数直線を用いて考えることで、整数や小数と同じように求められることを説明する。

３．単元に関わる内容と見方・考え方の系統

Ａ「数と計算」領域　「数の概念について理解」「数の表し方や数の性質について考察」「計算の意味と方法について考察」「式に表す」「式に表されている関係を考察」「数とその計算を日常生活に生かす」

学年 内容	１年 ・加法、減法	２年 ・簡単な分数 ・乗法の意味	３年 ・分数の意味と表し方 ・除法の意味 ・小数の加法及び減法	４年 ・小数の乗法及び減法 ・分数とその大きさの相当 ・除法の関して成り立つ性質	５年 ・小数の乗法及び除法 ・分数の意味と表し方 ・分数と整数、小数の関係	６年 ・分数の乗法及び除法 ・分数・小数の混合計算
「数の概念」に対する見方	・ものの数に着目	・数のまとまりに着目	・単位分数の大きさや個数に着目	・分数を構成する単位（単位分数）に着目	・分数の意味や大きさに着目	・分数の意味と表現、計算について成り立つ性質に着目
考え方	・具体物や図などを用いて数の数え方や計算の仕方を考える力	・必要に応じて具体物や図などを用いて数の表し方や計算の仕方などを考察する力		・目的に合った表現方法で計算の仕方などを考察する	・目的に合った表現方法で数の性質や計算の仕方などを考察する	・計算の仕方を多面的に捉えて考えている

4．本時について

本時目標　除数の分数に着目し、既習の数の見方や計算のきまりをもとにすることを通して、分数÷分数の計算のしかたを多面的に捉えて考え、説明することができる。

本時における
- 知　識　・　技　能　：　乗数が整数や分数である場合も含めて、分数の乗法及び除法の意味について理解すること。
- 思考・判断・表現：　除数をどのような数にすれば計算ができるのか、数の意味や表現、成り立つ性質に着目し多面的に数を捉え、考えることができる。
- 学びに向かう力　：　数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してより良いものを求めて粘り強く考える態度。

○本時の主旨
本時は第１時の整数÷分数、第２時の分数÷単位分数を経て、商が既に明らかになっている状況から分数を分数でわることの意味を吟味し、数直線を活用することで、必然的にわる数に着目して計算のしかたを思考する場面である。分数÷分数という未知の計算場面であっても、分数の意味を想起し、分数と整数、そして小数の関係を結び付けて考えたり、既習の形に直すことができないかと問い直したりすることで、被除数に除数の逆数をかけるという意味を明確に捉えることができると考えた。

１．問題場面を把握して立式し、除数の分数に着目する。

○問題場面を把握する。
- ・分数÷分数のままでは計算のしかたを説明できないことに気付く。
- ・既習のわり算やかけ算の場面を想起し、計算のしかたの見通しをもつ。

★第１時や第２時とのつながりを意識させることで、除数を単位分数や整数にする見方に気付かせる。

２．除数に着目したことで、既習の除法に直して考えた、計算のしかたを説明する。

○数直線と式を結びつけて説明する。
- ・数直線上で矢印の方向やかけたりわったりする数と、式の数字が結びつくように丁寧に説明する。

★数直線上の数と式とが結びつくように板書で視覚化していく。
★積極的に数直線を活用する。

３．それぞれの計算のしかたで、似ている所に着目して考察する。

○共通点に着目しながら考察する。
- ・どちらの考えも数直線上で÷３と×４をしていることに着目する。
- ・式の途中で、どちらも、除数が１になったことに着目する。

★数直線と式を交互に話し合い、結び付けて考えていけるようにし、共通点を見出しやすく、視覚化する。

４．除数の分数が表す意味や表現に着目したことで、分数÷分数の計算ができたわけをまとめる。

○計算のしかたを多面的に捉え直す。
- ・共通点に着目したことで、分数÷分数は、被除数に除数の逆数をかけていることに着目し多面的な見方を広げる。

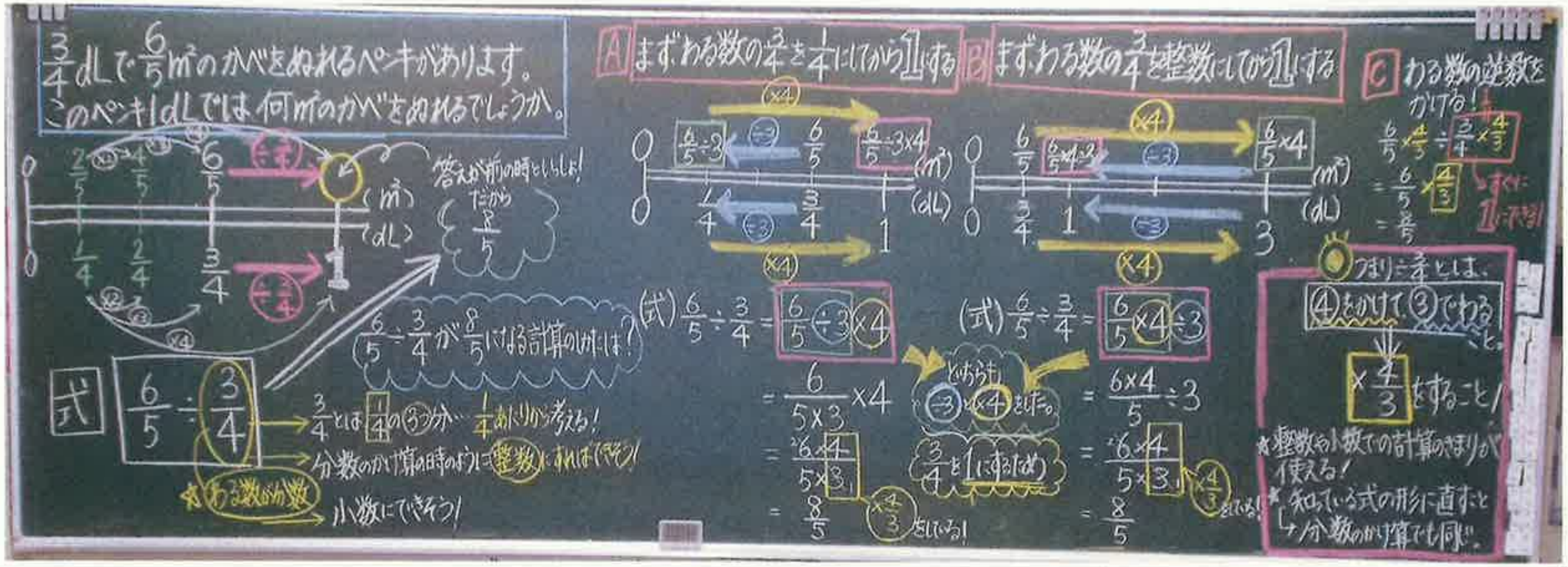
★被除数に除数の逆数をかける形にするために様々な方法で解いていたことを自覚化させる。

見方：着眼点　除数の分数への着目
　　　　　　　計算の過程への着目

考え方：思考・認知、表現方法　〇数の見方や計算のきまりをもとにして、未習の計算の仕方を考える。（汎用）
　　　　　　　　　　　　　　　〇多様な考え方の共通点を統合し、まとめるようにする。（統合・発展）

５．教材の価値

中学との学習のつながりを考えると、数直線上に数を表し、整数、分数、小数、そして中学では負の数までといった数の見方を広げ、範囲を拡張していく必要がある。分数のかけ算から積極的に立式や計算の仕方で数直線を活用することで、式や問題場面が把握しやすく、また的確に考え方を説明することに役立つ。数直線を活用することで数量の関係をつかみながら、÷分数の意味を捉えやすくした。前時までの数値のつながりに気付くことで答えをだすことを目的とせず、計算のしかたに着目できるようになっている。



見方・考え方の成長　分数÷分数の計算を計算の過程に着目することで、分数のかけ算と見ることができるようになる。

5．授業記録

教師の発問	児童の反応
前時の学習内容の確認	
T 1　前の時間までで、どんなことができるようになりましたか。	C 1　数直線から式が立てられるようになった。 C 2　$\frac{1}{4}$を4倍すると、わる数を1にすることができた。
T 2　$\frac{1}{4}$のときは4倍するれば1dℓあたりにできたね。式はわり算だったんだけどね、みんながした計算は最後、何算になっていたかな。	C 3　$\frac{2}{5}\div\frac{1}{4}$がかけ算で計算できた。
T 3　これからの学習も、今まで勉強したことを全部使って考えていいからね。そうしたら、Yさんの前に考えた式の意味が分かる人が現れるかもしれないね。	
T 4　では、問題を書きます。（黒板に書く）	
本時の問題場面の把握（立式の根拠説明）	
$\frac{3}{4}$dℓで$\frac{6}{5}$m²のかべを塗れるペンキがあります。このペンキ1dℓでは、何m²のかべをぬることができるでしょうか。	
T 5　式が立てられそうですか。	C 4　はい！
T 6　本当？どうやって立てる？	C 5　数直線。 C 6　あ、さっきのと同じ。
T 7　何が？	C7　前の時と同じにでいる。 C 8　分数違いだよ。 C 9　1dℓが分からなくて、分母が4ってところが同じ。 C 10　$\frac{1}{4}$が$\frac{3}{4}$に変わっただけだよ。
T8　3倍されてるだけ？すごいね！	C 11　先生、数直線の上が3倍されてるだけだよ。 C 12　分母は5。 C 13　もう答えでてんじゃん。 答え出た。
T 9　答えでてるの？本当？	C 14　うん、出てるじゃん、そこに。
T 10　出てるの、ちょっと数直線に表してごらんよ。	終わったよ、答え出たよ。 （ノートに数直線で場面を表す。）
	C 15　数直線書いたら終わりだね。
T 11　答え出てるんだ、問題違うはずなのにな。じゃあ、Hさん前で数直線書いてくれる？	C 16　出ちゃった。 （Hさんが前で数直線を書く）
T 12　(数直線を見ながら)これで式が立つの？	C 17　式立つ。
	C 18　付けたしたいです。
T 13　Sさんどうぞ、付け足して。いいよ、前に出てきて。	
T 14　みんな、だんだん数直線が書けるようになってきたからね、なんかこれじゃまだ、物足りないんだね。	C 19　（数直線に式を➡（矢印）を書き込み、数直線に式が表れている部分を囲む。）
T 15　なるほど、そこに式が表れてるんだね、説明してくれる？どういう意味の矢印？	今までが1×$\frac{3}{4}$で、求められたから、その逆で、今回は1dℓあたりが知りたいから、$\frac{3}{4}$でわる。 1dℓあたりが分からないところだから、$\frac{6}{5}$が分かってるから$\frac{6}{5}$を$\frac{3}{4}$でわる。
T 16　もう、数直線の中のここが式になっているってことなんだ！みんなも同じ式が立てられたの？式は合ってるの？	C 20　合ってる。
T 17　式もできた。で、答えも分かってる、とみんながいうのですが、本当に答えが分かってる人？なんで？え、聞いてみよう、Eさん、なんで答えわかるの？	（数人手を挙げる）
	C 21　えっと、途中まで進めていくとわかる。$\frac{3}{4}$dℓがあるんだけど、前は$\frac{1}{4}$dℓで、そのとき$\frac{2}{5}$m²。次は$\frac{2}{4}$dℓのところを見ると$\frac{4}{5}$m²。$\frac{3}{4}$dℓのときが$\frac{6}{5}$m²で、1dℓでは$\frac{8}{5}$m²。
T 18　$\frac{8}{5}$！？	C22　え、なんで。 C23　じゃ、さっきと同じじゃん。
T19　何が同じ？	
T 20　前とやり方も同じで、答えも同じなんだ。じゃ、どうやって計算するの？	C24　やり方が。
商が$\frac{8}{5}$であると分かった上での、計算のしかたの見通しを立てる	
	C25　まずさっきみたいに、$\frac{1}{4}$にしてみて。それで整数にしてみて。4は$\frac{4}{1}$になるから、$\frac{1}{4}$と$\frac{4}{1}$をいれかえてできたから、$\frac{6}{5}\div\frac{3}{4}$も$\frac{3}{4}$をいれかえて$\frac{4}{3}$に

してできる？

C26 先生、わかった。

T21 前は、$\div\frac{1}{4}$をどうやろうかなっていって、数直線から、×４って見たんだよね。今度は$\frac{3}{4}$だから、これも同じようにできるんじゃないってことね。それをＲさんはいれかえるって言葉で言ったね。

まず、$\frac{1}{4}$のところから考えたのね。$\frac{3}{4}$を$\frac{1}{4}$にして考えたらどうかと。

T22 $\frac{1}{4}$にすること以外に今までやってきたことありますか。今までやったことがない式が出てきちゃったからね。みんなはやったことある事は全部使っていいんだよ。

分数×分数のときもやったことないのにできたしね。Ａさん。

C27 かけて整数にする！$\frac{3}{4}$を。

T23 Ｒさんは$\frac{3}{4}$を$\frac{1}{4}$にすることからって考えたけど、Ａさんは$\frac{3}{4}$を整数にする。だれかやってたね？かける数を整数にしようってね？

C28 かけ算のときのＳさん法ね。

C29 どういうこと？

T24 わる数が分数のままじゃできないからね、どうしよっかって考えたんだね。

かけ算のときの考えかたも大切だよ。

前のＹさんの考えも解決していないから、Ｙさんのようにって考えてみてもいいね。

（自力解決後）

（それぞれ計算のしかたを考える）

数直線と式を結び付けながら、計算のしかたを説明する

T25 では、Ｒさんが言っていた、$\frac{3}{4}$を$\frac{1}{4}$にして考えられないか、というやり方でやってみたＫさん、前に出てきて話してくれるかな。

C30 （数直線と式を黒板に書きながら）

まず、$\frac{3}{4}$を$\frac{1}{4}$にしたいので、ここを÷３にして、まず$\frac{1}{4}$を出して、それで、ここで$\frac{1}{4}$×４で、それを上に戻して、$\frac{4}{5}$÷３×４にして、式にこういうふうにできるので、この間みたいに整数にして式ができるので、こうやってみました。で、答えは$\frac{8}{5}$㎡です。いいですか？

T26 これ、途中の式をもうちょっと詳しく言ってくれる？たぶんね、これさっき、何人かの人に質問されたんだけど、分数÷整数はもう５年生でやったね？÷整数は分母と分子、どちらにかけるの？

C31 いいと思います。

C32 分子！

T27 分子？

C33 分母！

T28 数が小さくならないと。３にわけちゃうんだから、数を小さくするためには、分母に３をかけないとだめだよね？

C34 そうだよ、そうだよ。

T29 ちょっと、いいですか？この途中の式をちゃんと理解して書いてほしいです。Ｋさん、いきなり一つの式にできちゃたんだけど、$\frac{6}{5}$÷３は、５に×３をして、分子が６、で×４まだおいておく。

そっか

で、今度、×整数というのは、分子と分母どっちにかける？

C35 分子。

T30 分子にかけるから、Ｋさんのこの式だね。$\frac{6\times4}{5\times3}$で、何したの？

C36 ６と３は、われるので、約分して、分母が５で、分子が８なので、$\frac{8}{5}$です。

T31 はい、なるほど、この方法でやってみた人？$\frac{1}{4}$にしてから、$\frac{1}{4}$うい１にしよう、って。いた、何人かいた、Ｓさん。$\frac{1}{4}$にさえ、してしまえば、この間と一緒だもんね。Ｋさんありがとう。じゃあ、次、Ａさん。Ａさんは$\frac{3}{4}$をどうしたのかな。みんなに聞こえるように。

C37 まず$\frac{3}{4}$を、整数にするために、×４をしました。

T32 （数直線を指し）こういう矢印の向きで。ねえ、みんな、整数ってみんな分母は何？

C38 １．

１だよね。分母の４をなんとか１にしたいから、４をかけたんだよね？

C39 ここまでいいですか？

T33 で、今、わる数が３になりました。これを１にしたい。どうする？

C40 いいです。

C41 そのあとに、÷３をしました。

T34 ３を１にするために、÷３をする。式に戻ってもらうよ、式に戻ると？

	C42 $\frac{6}{5}\times4$をやって、その後に、3 dLを1 dLにもどしたいから、$\frac{6}{5}\times4\div3$。

式と数直線での計算のしかたを考察し、共通点を見出す

T35 何が同じ？	C43 あ、同じ。
T36 （式を指して）ここの形とここ。	C44 ここ、ここ。
T37 ここの式が同じね。まだ、同じという所ある？	C45 同じ。
	C46 Yさんの式みたいにできるかな？
	C47 Yさんの場合は整数だったからできたけどさ、これは無理じゃないの。
T38 まって、Yさんのとき、出発は何算だったの？	C48 わり算。
T39 今回は？	
T40 わり算だよね。式は$\frac{6}{5}\div\frac{3}{4}$だったよね。	C49 わり算。
	C50 あ、あ！できる！できる！かけ算になってる！だから、$\frac{6}{5}\times\frac{4}{3}$になる。
T41 何ができる？	
T42 $\frac{6}{5}$に何かけてるの？	C51 $\frac{4}{3}$
T43 $\frac{6}{5}$の横に$\frac{4}{3}$見える？	C52 見える見える。
	C53 逆数だ。
T44 Aさんのほうは？	C54 $\frac{4}{3}$かけてる。同じ。
T45 $\frac{6}{5}$に$\frac{4}{3}$をかけてることが同じなんだよね。この$\frac{4}{3}$ってどこからきたの？Eさん。	
	C55 数直線から÷3と×4があるから。
T46 ÷3と×4は、Aのやり方もBのやり方も順番が違うだけで同じだよね。Kさんは最初何をしたの？	
	C56 ÷3で次4かけた。
T47 ÷3×4 で、こっちは？	C57 ×4して÷3
T48 みんな÷3というのは、かけ算に直すと何をかけてるという意味ですか？	C58 $\times\frac{1}{3}$
T49 ÷3というのは、要するに$\frac{1}{3}$をかけているってということなんだね。てことは、$\frac{1}{3}$に4をかけたら？	
	C59 $\frac{4}{3}$

T50 $\frac{4}{3}$、これなの。	C60 おおー！

逆数をかける意味を説明することで、除数の$\frac{3}{4}$の見方が広がり、第1時の式とつながった場面

T51 で、逆数でやった人。いたの、Aさん。Yさんのやりかたで説明できないかな、ってずーっと考えてて、やってみたの。ちょっとAさん黒板に書いてみて。	
T52 Eさんもさっき言ってくれてたけど、(C46で) Yさんのような式にできないかな？って。じゃあ、Aさんの考えをCとしよう。Aパターン、Bパターン、Cパターン。	（板書のCのやり方を黒板に書く）
T53 Aさんの見てて。Aさんの説明できる人いるかなあ?見ててね。	
	C61 $\frac{6}{5}\div\frac{3}{4}$の、$\frac{3}{4}$の逆数が$\frac{4}{3}$で、$\frac{3}{4}$に$\frac{4}{3}$をかけると1になります。$\frac{6}{5}$にも$\frac{4}{3}$をかけます。$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}$は1になるので、$\frac{6}{5}\times\frac{4}{3}$の式になります。$\frac{6\times4}{5\times3}$になって、答えが$\frac{8}{5}$になります。
T54 $\frac{3}{4}$をまず整数にするという考えでやった人たち、あなたたちは、どんな整数にしましたか？	C62 3です。
3にしたよね。一番簡単な整数って何？	C63 1です。
T55 そう！0ぬいちゃうとね。0はだめだから。0ぬ	
T56 いちゃえば、1が一番てっとり早い整数じゃないですか。	C64 うん。
T57 Yさんが考えたあの式は、なんで$3\times\frac{5}{2}$になったかというと、Aさんの書いた式のここに隠れているんだよ。わる数の逆数をかけると、わる数の部分がパキーンと。どうなる？	C65 なくなる。
T58 そう。なくなる。1になるから。÷1は答えがかわらないから。	
T59 残ったのは。そう。$\frac{6}{5}\times\frac{4}{3}$	C66 ここ。
T60 Aさんの考えをちゃんと聞いていた人はYさん	

の3×$\frac{5}{2}$を説明できると思う。できる人？	C67 $\frac{2}{5}$を反対にした。
T61 反対にすると？	C68 ×$\frac{5}{2}$
T62 わる数にだけ$\frac{5}{2}$かけると、答えかわっちゃうよね ね。	C69 だから、わる数にも$\frac{5}{2}$をかける。
T63 わる数は1になる。なくなる。計算しなくていいよね。残ったのは？	C70 3×$\frac{5}{2}$ 、 C71 わー！(拍手)
T64 Yさんは、実は前の時間の時にすでに頭の中で、いきなり3×$\frac{5}{2}$ができちゃってたってことなの。 逆数のことがすごく頭の中に入ってて3×$\frac{5}{2}$で答え出せるじゃんって。 $\frac{2}{5}$の逆数をわる数にもわられる数にもかければ、わる数が1になるから、この式の形にしてた。 で、黒板に書いてある3人の考え見比べてみてください。全然違うことをやってきたの？	C72 答えが同じ。 C73 いや、式もちょっと同じ。だいたい似てる。 C74 最初が違うんだけど、結局は最後が同じ式になってる。 C75 やり方はどれでもできる。 C76 やり方は自分の好きな形。
T65 みんな$\frac{6}{5}$に何をしているの？	C77 かけてる。$\frac{3}{4}$
T66 みんなは、今までずーっと$\frac{3}{4}$を何にしようとしてきたんだっけね。	C78 整数。
T67 Aさんの考えは、整数の中でも一番簡単な整数でね。	C79 1
T68 Kさんの考えも最終的には、何にしてるの。 1なんだよ。Aさんも最後は1、Kさんも1、そして、いきなり、Aさんは。	C80 1 C82 いきなり1！ C83 だって1dℓあたりを求めてるからね。 C84 だから、1にする順番が違うだけで、最終的に1にできればいいんだ。
T69 そうだ、そういうことが振り返りに書ければいい。	

T70 今日は$\frac{3}{4}$を1にしようと、みんなは考えてたんだ	